

LOGICA
a.a. 2015-2016
prof.ssa Giovanna Corsi

Test di autovalutazione del 16 Novembre 2015 con soluzioni

1. Determina $A[f^3(x, g^1(y), z)/x]$ per
 - (a) $A \equiv \forall x P^3(x, y, x) \rightarrow Q^2(x, x)$
 - (b) $A \equiv \forall x (P^3(z, x, y) \rightarrow Q_2(x, z))$
2. Stabilisci in quali delle seguenti formule il termine $f^3(x, g^1(y), z)$ è libero per x :
 - (a) $\forall y P^1(f^3(x, g^1(y), z)) \vee \forall x Q^2(x, y)$
 - (b) $\forall z \exists y R^2(h^1(z), y) \rightarrow Q^2(g^1(x), h^1(z))$
3. Il linguaggio di *Tarski's world* contiene i seguenti simboli descrittivi:
 - nomi: a, b, c, d, e, f
 - simboli predicativi 1-ari: Cube, Tet, Dodec, Small, Medium, Large
 - simboli predicativi 2-ari: Smaller, Larger, LeftOf, RightOf, BackOf, FrontOf
 - simboli predicativi 3-ari: Between.

Formalizza in tale linguaggio i seguenti enunciati:

- 1) Si dà qualcosa che è un cubo
- 2) Esiste almeno un cubo grande
- 3) Qualche cubo grande è alla destra di a
- 4) Qualche cubo grande non è piccolo
- 5) Non esiste alcun cubo grande
- 6) Tutti i dodecaedri sono piccoli
- 7) Tutte le cose sono dodecaedri piccoli
- 8) Ogni dodecaedro è piccolo
- 9) Ogni dodecaedro piccolo è alla destra di a
- 10) Ogni dodecaedro piccolo è alla destra di qualcosa
- 11) Ogni dodecaedro piccolo è alla destra di qualche tetraedro
- 12) Ogni tetraedro è alla sinistra di qualche dodecaedro piccolo
- 13) Nessun tetraedro è più piccolo di qualche dodecaedro
- 14) Nessun cubo si trova tra un tetraedro e un dodecaedro
- 15) Tutte le cose sono cubi grandi e stanno dietro a b
- 16) C'è un dodecaedro più piccolo di ogni cubo grande
- 17) Qualche cubo medio è più grande di ogni dodecaedro
- 18) Un cubo grande è sempre più grande di un dodecaedro piccolo

- 19) Un cubo grande è sempre più grande di qualche dodecaedro piccolo
 - 20) Il cubo piccolo sta alla destra di c
 - 21) c sta alla destra del tetraedro grande
 - 22) Vi sono al massimo due cubi piccoli
 - 23) Non si danno più di due cubi piccoli
 - 24) Esattamente due cubi sono grandi
 - 25) Se due cubi differenti sono grandi allora questi stanno dietro ad a
 - 26) Comunque si prendano due cubi grandi distinti, questi non stanno davanti a c
 - 27) Se a e b sono due tetraedri medi distinti allora ogni cosa sta davanti a loro
 - 28) Davanti ad a ci sta un cubo più piccolo di ogni tetraedro
 - 29) Ogni cosa che sta dietro ad un tetraedro sta davanti ad un dodecaedro
 - 30) Ogni cosa che è più grande di b sta alla destra di qualche cosa alla sinistra di c
 - 31) Ogni cubo che è tra b e c sta alla destra di qualche tetraedro alla sinistra di c
 - 32) Se qualcosa è un cubo grande, allora tale cosa è anche più grande di ogni dodecaedro
 - 33) Qualcosa è un cubo esattamente quando non è né un tetraedro né un dodecaedro
 - 34) C'è un tetraedro più grande di tutto il resto
 - 35) Se esistono due cubi grandi questi stanno di fronte a qualche tetraedro
4. Traduci i seguenti enunciati dal linguaggio di *Tarski's world* a quello naturale:
- (a) $\exists x(Cube(x) \wedge Large(x))$
 - (b) $\exists x(Cube(x) \wedge \neg Large(x))$
 - (c) $\forall x(Cube(x) \rightarrow Large(x))$
 - (d) $\forall x(Cube(x) \rightarrow \neg Large(x))$
 - (e) $\forall x(Cube(x) \wedge Large(x))$
 - (f) $\forall x(Cube(x) \wedge Large(x) \rightarrow \exists y(Tet(y) \wedge RightOf(x, y)))$
 - (g) $\exists x(Cube(x) \wedge Large(x) \wedge \forall y(Tet(y) \rightarrow RightOf(x, y)))$
 - (h) $\exists x(Cube(x) \wedge Large(x) \wedge \forall y(Cube(y) \wedge Large(y) \rightarrow x = y)$
 - (i) $\forall x \forall y \forall z \forall v (Cube(x) \wedge Cube(y) \wedge Cube(z) \wedge Cube(v) \wedge Large(x) \wedge Large(y) \wedge Large(z) \wedge Large(v) \rightarrow x = y \vee x = z \vee x = v \vee y = z \vee y = v \vee z = v)$

Soluzioni test di autovalutazione del 16 nov 2015

ESERCIZIO 1

$$\begin{aligned} & (\forall x P^3(x, y, x) \rightarrow Q^2(x, x))[f^3(x, g^1(y), z)/x] = \\ & \forall x P^3(x, y, x)[f^3(x, g^1(y), z)/x] \rightarrow Q^2(x, x)[f^3(x, g^1(y), z)/x] = \\ & \forall x P^3(x, y, x) \rightarrow Q^2(f^3(x, g^1(y), z), f^3(x, g^1(y), z)). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\forall x (P^3(z, x, y) \rightarrow Q_2(x, z)))[f^3(x, g^1(y), z)/x] = \\ & \forall x (P^3(z, x, y) \rightarrow Q_2(x, z)). \end{aligned}$$

ESERCIZIO 2

Il termine $f^3(x, g^1(y), z)$ è libero per x in $\forall z \exists y R^2(h^1(z), y) \rightarrow Q^2(g^1(x), h^1(z))$

ESERCIZIO 3

1. $\exists x \text{Cube}(x)$
2. $\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Large}(x))$
3. $\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Large}(x) \wedge \text{RightOf}(x, a))$
4. $\exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Large}(x) \wedge \neg \text{Small}(x))$
5. $\neg \exists x (\text{Cube}(x) \wedge \text{Large}(x))$
6. $\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \text{Small}(x))$
7. $\forall x (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Small}(x))$
8. $\forall x (\text{Dodec}(x) \rightarrow \text{Small}(x))$
9. $\forall x (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Small}(x) \rightarrow \text{RightOf}(x, a))$
10. $\forall x (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Small}(x) \rightarrow \exists y \text{RightOf}(x, y))$
11. $\forall x (\text{Dodec}(x) \wedge \text{Small}(x) \rightarrow \exists y (\text{Tet}(y) \wedge \text{RightOf}(x, y))$
12. $\forall x (\text{Tet}(x) \rightarrow \exists y (\text{Dodec}(y) \wedge \text{Small}(y) \wedge \text{LeftOf}(x, y))$
13. $\neg \exists x \exists y ((\text{Tet}(x) \wedge \text{Dodec}(y) \wedge \text{Smaller}(x, y))$
14. $\neg \exists x ((\text{Cube}(x) \wedge \exists y \exists z (\text{Tet}(y) \wedge \text{Dodec}(z) \wedge \text{Between}(x, y, z))$

15. $\forall x(Cube(x) \wedge Large(x) \wedge BackOf(x, b))$
16. $\exists x(Dodec(x) \wedge \forall y(Cube(y) \wedge Large(y) \rightarrow Smaller(x, y))$
17. $\exists x(Cube(x) \wedge Medium(x) \wedge \forall y(Dodec(y) \rightarrow Larger(x, y))$
18. $\forall x(Cube(x) \wedge Large(x) \rightarrow \forall y(Dodec(y) \wedge Small(y) \rightarrow Larger(x, y))$
19. $\forall x(Cube(x) \wedge Large(x) \rightarrow \exists y(Dodec(y) \wedge Small(y) \wedge Larger(x, y))$
20. $\exists x(Cube(x) \wedge Small(x) \wedge RightOf(x, c) \wedge \forall y(Cube(y) \wedge Small(y) \rightarrow x = y))$
21. $\exists x(Tet(x) \wedge Large(x) \wedge RightOf(c, x) \wedge \forall y(Tet(y) \wedge Large(y) \rightarrow x = y))$
22. $\forall x \forall y \forall z(Cube(x) \wedge Cube(y) \wedge Cube(z) \wedge Small(x) \wedge Small(y) \wedge Small(z) \rightarrow x = y \vee x = z \vee y = z)$
23. $\forall x \forall y \forall z(Cube(x) \wedge Cube(y) \wedge Cube(z) \wedge Small(x) \wedge Small(y) \wedge Small(z) \rightarrow x = y \vee x = z \vee y = z)$
24. $\exists x \exists y(Cube(x) \wedge Cube(y) \wedge Large(x) \wedge Large(y) \wedge \neg(x = y) \wedge \forall z(Cube(z) \wedge Large(z) \rightarrow z = x \vee z = y))$
25. $\forall x \forall y(Cube(x) \wedge Cube(y) \wedge \neg(x = y) \wedge Large(x) \wedge Large(y) \rightarrow BackOf(x, a) \wedge BackOf(y, a))$
26. $\forall x \forall y(Cube(x) \wedge Cube(y) \wedge \neg(x = y) \wedge Large(x) \wedge Large(y) \rightarrow \neg FrontOf(x, c) \wedge \neg FrontOf(y, c))$
27. $Tet(a) \wedge Tet(b) \wedge Medium(a) \wedge Medium(b) \wedge \neg(a = b) \rightarrow \forall x(FrontOf(x, a) \wedge FrontOf(x, b))$
28. $\exists x(Cube(x) \wedge FrontOf(x, a) \wedge \forall y(Tet(y) \rightarrow Smaller(x, y))$
29. $\forall x(\exists y(Tet(y) \wedge BackOf(x, y)) \rightarrow \exists z(Dodec(z) \wedge FrontOf(x, z)))$
30. $\forall x(Larger(x, b) \rightarrow \exists y(RightOf(x, y) \wedge LeftOf(x, c))$
31. $\forall x(Cube(x) \wedge Between(x, b, c) \rightarrow \exists y(Tet(y) \wedge RightOf(x, y) \wedge LeftOf(y, c)))$
32. $\forall x(Cube(x) \wedge Large(x) \rightarrow \forall y(Dodec(y) \rightarrow Larger(x, y)))$
33. $\forall x(Cube(x) \leftrightarrow \neg Tet(x) \wedge \neg Dodec(x))$
34. $\exists x(Tet(x) \wedge \forall y(\neg(x = y) \rightarrow Larger(x, y)))$

$$35. \forall x \forall y (Cube(x) \wedge Cube(y) \wedge Large(x) \wedge Large(y) \rightarrow \exists z (Tet(z) \wedge FrontOf(x, z) \wedge FrontOf(y, z)))$$

ESERCIZIO 4

1. Qualche cubo è grande
2. Qualche cubo non è grande
3. Ogni cubo è grande
4. Ogni cubo non è grande (Nessun cubo è grande)
5. Ogni cosa è un grande cubo
6. Ogni cubo grande è alla destra di qualche tetraedro
7. C'è esattamente un cubo grande
8. Ci sono al massimo tre cubi grandi